

基本問題

1 次の整数を素因数分解しなさい。◎例題1

□(1) 14 $\begin{array}{r} 2 \overline{)14} \\ 7 \end{array}$

□(2) 15 $\begin{array}{r} 3 \overline{)15} \\ 5 \end{array}$

□(3) 25 $\begin{array}{r} 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$

(2×7)

(3×5)

(5×5 (5^2))

□(4) 27 $\begin{array}{r} 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$

□(5) 18 $\begin{array}{r} 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$

□(6) 63 $\begin{array}{r} 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$

($3 \times 3 \times 3$ (3^3))

($2 \times 3 \times 3$ (2×3^2))

($3 \times 3 \times 7$ ($3^2 \times 7$))

□(7) 56 $\begin{array}{r} 2 \overline{)56} \\ 2 \overline{)28} \\ 2 \overline{)14} \\ 7 \end{array}$

□(8) 36 $\begin{array}{r} 2 \overline{)36} \\ 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$

□(9) 225 $\begin{array}{r} 3 \overline{)225} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$

($2 \times 2 \times 2 \times 7$ ($2^3 \times 7$))

($2 \times 2 \times 3 \times 3$ ($2^2 \times 3^2$))

($3 \times 3 \times 5 \times 5$ ($3^2 \times 5^2$))

2 次のように素因数分解された整数があります。それぞれの整数の約数の個数を求めなさい。

◎例題2

□(1) $3^1 \times 13^1$

□(2) $5 \times 5 \times 7 = 5^2 \times 7^1$

□(3) $3^1 \times 7^1 \times 19^1$

$(1+1) \times (1+1)$
 $= 2 \times 2$
 $= 4$ (4 個)

$(2+1) \times (1+1)$
 $= 3 \times 2$
 $= 6$ (6 個)

$(1+1) \times (1+1) \times (1+1)$
 $= 2 \times 2 \times 2$
 $= 8$ (8 個)

□(4) $11 \times 11 \times 11 = 11^3$

□(5) $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2$

□(6) $2 \times 3 \times 3 \times 13 = 2^1 \times 3^2 \times 13^1$

$3+1$
 $= 4$ (4 個)

$(2+1) \times (2+1)$
 $= 3 \times 3$
 $= 9$ (9 個)

$(1+1) \times (2+1) \times (1+1)$
 $= 2 \times 3 \times 2$
 $= 12$ (12 個)

3 次の整数の約数の個数を求めなさい。◎例題2

□(1) $21 = 3^1 \times 7^1$

□(2) $45 = 3^2 \times 5^1$

□(3) $50 = 2^1 \times 5^2$

$(1+1) \times (1+1)$
 $= 2 \times 2$
 $= 4$ (4 個)

$(2+1) \times (1+1)$
 $= 3 \times 2$
 $= 6$ (6 個)

$(1+1) \times (2+1)$
 $= 2 \times 3$
 $= 6$ (6 個)

□(4) $49 = 7^2$

□(5) $125 = 5^3$

□(6) $81 = 3^4$

$2+1$
 $= 3$ (3 個)

$3+1$
 $= 4$ (4 個)

$4+1$
 $= 5$ (5 個)

□(7) $70 = 2^1 \times 5^1 \times 7^1$

□(8) $150 = 2^1 \times 3^1 \times 5^2$

□(9) $660 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 11^1$

$(1+1) \times (1+1) \times (1+1)$
 $= 2 \times 2 \times 2$
 $= 8$ (8 個)

$(1+1) \times (1+1) \times (2+1)$
 $= 2 \times 2 \times 3$
 $= 12$ (12 個)

$(2+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1)$
 $= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
 $= 24$ (24 個)

4 10から30までの整数について、次の問いに答えなさい。◎例題3

□(1) 約数を2個もつ整数をすべて書きなさい。

素数

(11, 13, 17, 19, 23, 29)

□(2) 約数を奇数個もつ整数をすべて書きなさい。また、そのうち、約数を3個もつ整数を書きなさい。

平方数

素数を平方した数

約数を奇数個もつ整数 (16, 25)

約数を3個もつ整数 (25)

5 1番から100番までの番号が書かれているライトがあります。そのライト1つ1つにはスイッチがついており、スイッチをおすたびに点灯と消灯をくり返します。今、すべてのライトが消灯しており、それぞれのライトについて、書かれている番号の約数の個数と同じ回数だけスイッチをおします。

例えば、8の約数の個数は4個なので、8番のライトのスイッチは4回おされます。

はじめ(消灯) → 点灯 → 消灯 → 点灯 → 消灯 ← 奇数個…点灯 偶数個…消灯
 となり、スイッチをおし終えたとき、8番のライトは消えています。

すべての番号のライトについてこの作業をしたとき、次の問いに答えなさい。◎例題3

□(1) 40番のライトは点灯していますか、消灯していますか。

$40 = 2^3 \times 5^1$ より 約数は $(3+1) \times (1+1) = 8$ 個 (消灯 している)

□(2) 64番のライトは点灯していますか、消灯していますか。

↑ 8^2 平方数なので 約数は 奇数個 (点灯 している)

□(3) 点灯しているライトは全部で何個ありますか。

1から100までに平方数は 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 の10個 (10 個)

6 1から15までの整数を順にかけた積をAとします。

$A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 14 \times 15$

これについて、次の問いに答えなさい。◎例題4

□(1) Aを素因数分解したとき、2は何個かけ合わされていますか。

$7+3+1 = 11$ 個 (11 個)

□(2) Aを3でわり続けると、何回目に商が整数でなくなりますか。

3の倍数は $15 \div 3 = 5$ 個 (7 回目)

9の倍数は $15 \div 9 = 1$ 個…6 ($5+1$) + 1 = 7

7 1から50までの整数を順にかけた積をAとします。

$A = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times \dots \times 49 \times 50$

これについて、次の問いに答えなさい。◎例題4

□(1) Aを9でわり続けると、何回目に商が整数でなくなりますか。

Aには 3^{22} を含んでいる

$22 \div 2 = 11$

9 = 3^2 なので

$11 + 1 = 12$ 回目

(12 回目)

□(2) Aを6でわり続けると、何回目に商が整数でなくなりますか。

6 = 2×3 なので、 3^{22} を考える

$22 + 1 = 23$ 回目

(23 回目)

※ Aには3より2の方が多く含まれているので、
 考えなくてよい

