

基本問題

1 ⑦, ①, ③, ⑤, ⑥の5枚のカードのうちの3枚を並べて、3けたの整数を作ります。これについて、次の問いに答えなさい。 ◎例題 1

□(1) 全部で何通りの整数を作ることができますか。

$$\begin{array}{c} \text{百の位} \\ \text{十の位} \\ \text{一の位} \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \\ 4 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{百の位} \\ \text{十の位} \\ \text{一の位} \end{array}$$

$$4 \times 4 \times 3 = 48 \text{通り}$$

□(2) 5の倍数は何通り作ることができますか。

$$\begin{array}{c} \text{百の位} \\ \text{十の位} \\ \text{一の位} \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \\ 4 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{百の位} \\ \text{十の位} \\ \text{一の位} \end{array}$$

$$4 \times 4 \times 1 = 16 \text{通り}$$

□(3) 4の倍数は何通り作ることができますか。

$$\begin{array}{c} \text{百の位} \\ \text{十の位} \\ \text{一の位} \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ 5 \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{百の位} \\ \text{十の位} \\ \text{一の位} \end{array}$$

$$3 \times 5 \times 6 = 90 \text{通り}$$

2 さいころを続けて3回ふり、出た目の順に百の位、十の位、一の位として3けたの整数を作ります。これについて、次の問いに答えなさい。 ◎例題 1

□(1) 3けたの整数が9の倍数となるのは、何通りありますか。

$$\begin{array}{c} \text{各位の数の和が9の倍数} \\ (1,2,6) (2,3,4) (1,3,5) (2,4,3) (3,3,3) (6,6,6) \end{array}$$

$$6 \text{通り} \times 3 + 3 \text{通り} \times 2 + 1 \text{通り} \times 2 = 26 \text{通り}$$

□(2) 3けたの整数が4の倍数となるのは、何通りありますか。

$$\begin{array}{c} \text{下2けたが4の倍数} \\ \text{下2けたの組が自由に} \end{array}$$

$$9 \text{通り} \times 4 = 36 \text{通り}$$

3 白石が4個と黒石が4個の合計8個のご石があります。この8個のご石を1列に並べるとき、次の問いに答えなさい。 ◎例題 2

□(1) 並べ方は全部で何通りありますか。

$$\frac{8!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35 \text{通り}$$

□(2) 両はしがともに黒石になる並べ方は何通りありますか。

$$\frac{6!}{2! \times 1!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{通り}$$

□(3) 白石と黒石が交互に並び並べ方は何通りありますか。

$$2 \text{通り}$$

□(4) 右の図1や図2のように、白石がとなり合う部分

がある並べ方は全部で何通りありますか。

となり合う部分がない並べ方は

$$5! = 120 \text{通り}$$

この5ヶ所の中から
4ヶ所を選んで白を並べる

$$120 \text{通り} - 5 \text{通り} = 115 \text{通り}$$

$$115 \text{通り}$$

4 100円硬貨が3枚、50円硬貨が7枚、10円硬貨が25枚あります。これらの硬貨のうち何枚かを
使って品物を買います。使わない硬貨があってもよいものとして、次の問いに答えなさい。 ◎例題 3

□(1) 230円の品物を買うとき、硬貨の選び方は何通りありますか。

$$\begin{array}{c} 100 \text{円硬貨} \\ 50 \text{円硬貨} \\ 10 \text{円硬貨} \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ 0 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 2 \\ 13 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 23 \end{array}$$

$$(9 \text{通り})$$

□(2) 340円の品物を買うとき、硬貨の選び方は何通りありますか。

$$\begin{array}{c} 100 \text{円硬貨} \\ 50 \text{円硬貨} \\ 10 \text{円硬貨} \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ 0 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 14 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 24 \end{array}$$

$$(14 \text{通り})$$

5 1g, 5g, 25gの3種類のおもりを使ってできる重さについて調べます。これについて、次の問いに答えなさい。 ◎例題 3

□(1) 1gのおもりが3個、5gのおもりが4個、25gのおもりが2個あるとき、作ることができる重さは何通りありますか。

$$\begin{array}{c} 1 \text{g} \\ 5 \text{g} \\ 25 \text{g} \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \text{g} \\ 1 \text{g} \\ 2 \text{g} \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \text{g} \\ 5 \text{g} \\ 10 \text{g} \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \text{g} \\ 25 \text{g} \\ 50 \text{g} \end{array}$$

$$4 \text{通り} \times 5 \text{通り} \times 3 \text{通り} = 60 \text{通り}$$

□(2) 1gのおもりが5個、5gのおもりが1個、25gのおもりが1個あるとき、作ることができる重さは何通りありますか。

$$\begin{array}{c} 1 \text{g} \\ 5 \text{g} \\ 25 \text{g} \end{array} \quad \begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \text{g} \\ 1 \text{g} \\ 2 \text{g} \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \text{g} \\ 5 \text{g} \\ 10 \text{g} \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \text{g} \\ 25 \text{g} \\ 50 \text{g} \end{array}$$

$$11 \text{通り} \times 2 \text{通り} = 22 \text{通り}$$

□6 右の図のように、7本の直線があります。この図の中に四角形は全部で何個ありますか。 ◎例題 4

$$\frac{3 \times 2}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 18 \text{通り}$$

$$(18 \text{個})$$

7 右の図のように、直線ℓ上に4点ア、イ、ウ、エが、直線m上に3点オ、カ、キがあります。これについて、次の問いに答えなさい。

◎例題 4

□(1) 7個の点の中から3点を選んで結び、三角形を作ります。全部で何個の三角形ができますか。

$$\frac{3 \times 2}{2 \times 1} \times 4 + \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 3 = 12 \text{通り} + 18 \text{通り} = 30 \text{通り}$$

□(2) 7個の点の中から4点を選んで結び、四角形を作ります。全部で何個の四角形ができますか。

$$\frac{3 \times 2}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 18 \text{通り}$$

$$= 18 \text{通り}$$

第3回 場合の数(3)―応用

8 右の図のような方眼紙があります。これについて、次の問いに答えなさい。 例題 4~5

□(1) この中に正方形は全部で何個ありますか。
1辺が1cmの正方形が12個、1辺が2cmの正方形が6個、1辺が3cmの正方形が2個

$$12\text{個} + 6\text{個} + 2\text{個} = 20\text{個} \quad (\quad 20 \quad \text{個})$$

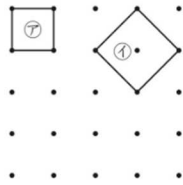
□(2) この中に長方形(正方形は除く)は全部で何個ありますか。

$$\begin{aligned} & 4 \times 2 \times 5 \times 2 \text{個} - 20\text{個} \\ &= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \text{個} - 20\text{個} = 60\text{個} - 20\text{個} = 40\text{個} \end{aligned} \quad (\quad 40 \quad \text{個})$$

9 右の図のように、25個の点が等しい間隔で並んでいます。25個の点から4個の点を選んで、㊦や㊩のようないろいろな大きさの正方形を作ります。これについて、次の問いに答えなさい。 例題 5

□(1) 次の文の□にあてはまる数を答えなさい。

㊦と同じ大きさの正方形は□①個、㊩と同じ大きさの正方形は□②個できます。



□(2) ㊦、㊩以外にも、いろいろな大きさの正方形が作れます。合同な正方形を1種類とすると、㊦、㊩以外に正方形は全部で何種類できますか。

□(3) ㊦、㊩もふくめて、正方形は全部で何個できますか。

左上の点がくることのできる点

9個 + 4個 + 1個 + 8個 + 2個 + 1個 + 16個 + 9個 = 50個

10 右の図のような正九角形ABCDEFGHIがあります。これについて、次の問いに答えなさい。 例題 6

□(1) 対角線は何本引けますか。
 $9 \times 2 \div 2 - 9 = 9 \times 1 - 9 = 0$
 $= \frac{9 \times 8}{2 \times 1} - 9 = 27 - 9 = 18$
 $= 27$ 本

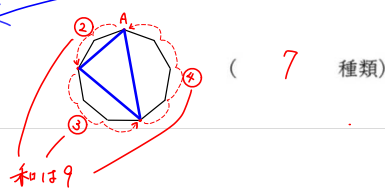
□(2) 3つの頂点を結んでできる三角形は全部で何個ありますか。

$$9 \times 3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

□(3) 3つの頂点を結んで三角形を作るとき、合同な三角形を1種類とすると、何種類の三角形ができますか。

(1, 1, 7) (2, 2, 5) (1, 2, 6) (2, 3, 4) (1, 3, 5) (3, 3, 3) (1, 4, 4)

例えばこの三角形はこれ表す。



(7種類)

練習問題

1 0, 1, 2, 3, 6, 9の6枚のカードのうちの3枚を並べて、3けたの整数を作ります。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 4の倍数は何通り作ることができますか。

3通り $3 \times 6 + 4 \times 2 = 18 + 8 = 26$ 通り

□(2) 3の倍数は何通り作ることができますか。

3つの数の和が3の倍数になる組み合わせ
(0, 1, 2) (0, 2, 6) (0, 3, 9) (0, 6, 9) はそれぞれ4通り
(1, 2, 3) (1, 2, 6) (1, 2, 9) (3, 6, 9) はそれぞれ6通り
4通り $4 \times 4 + 6 \times 4 = 40$ 通り

□(3) 6の倍数は何通り作ることができますか。

(2)のうち1の位が偶数になるもの
(0, 1, 2) (0, 2, 6) (0, 3, 9) (0, 6, 9)
3通り + 3通り + 2通り + 3通り = 11通り
(1, 2, 3) (1, 2, 6) (1, 2, 9) (3, 6, 9)
2通り + 4通り + 2通り + 2通り = 10通り
21通り

2 同じ大きさのさいころが3個あります。このさいころをふったときの出た目の数について、次の問いに答えなさい。

□(1) 1個のさいころを続けて3回ふるとき、出た目の積が偶数になるのは、何通りありますか。
目の出方は 全奇数
 $6 \times 6 \times 6 - 3 \times 3 \times 3 = 216 - 27 = 189$ 通り

□(2) 3個のさいころを同時にふるとき、出た目の和が4の倍数になるのは、何通りありますか。
和が4のとき (1, 1, 2) (1, 1, 6) (2, 2, 4) (1, 5, 6) (3, 3, 6) (4, 6, 6)
和が8のとき (1, 2, 5) (2, 3, 3) (2, 4, 6) (3, 4, 5) (5, 5, 6)
和が12のとき (2, 5, 5) (4, 4, 4)

□(3) 1個のさいころを続けて3回ふるとき、出た目の和が4の倍数になるのは、何通りありますか。
 $3 \text{通り} \times 8 + 6 \text{通り} \times 5 + 1 \text{通り} \times 1 = 24 \text{通り} + 30 \text{通り} + 1 \text{通り} = 55 \text{通り}$

3 赤のおはじきが4個と青のおはじきが3個と緑のおはじきが2個の合計9個のおはじきがあります。このおはじきを1列に並べるとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 両はしがともに緑のおはじきとなる並べ方は何通りありますか。
7 2 3 4 5 6 7
この7ヶ所の中から3ヶ所を選んで●を並べる
 $7 \times 6 \times 5 = 210$ 通り

□(2) 並べ方は全部で何通りありますか。
まず●を置く場所を決め、残りの7ヶ所の中から●を置く場所を決める
 $9 \times 8 \times 7 = 504$ 通り

□(3) 緑のおはじきがとなり合わない並べ方は何通りありますか。
1 2 3 4 5 6 7
まず●と●を置く場所を決める → ●から2ヶ所選んで●を置く
 $7 \times 6 \times 5 = 210$ 通り

$7 \times 6 \times 5 = 210$ 通り
 $210 \times 8 \times 2 = 3360$ 通り

第3回 場合の数(3)一応用

④ 500円硬貨2枚、100円硬貨6枚、50円硬貨8枚、10円硬貨10枚の一部を使って、おつりがないようにちょうど1000円を支はらいます。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 最も多い枚数で支はらうとき、硬貨は何枚使いますか。

安い硬貨の枚数から考える。

$$10\text{円/枚} \times 10\text{枚} + 50\text{円/枚} \times 8\text{枚} + 100\text{円/枚} \times 5\text{枚} = 1000\text{円}$$

□(2) 10円硬貨を1枚も使わない支はらい方は何通りですか。

500円硬貨	2	1				0
100円硬貨	0	5	4	3	2	1
50円硬貨	0	0	2	4	6	8

$$10\text{枚} + 8\text{枚} + 5\text{枚} = 23\text{枚}$$

23 枚

□(3) 支はらい方は全部で何通りですか。

10円硬貨も10枚使うとき、5枚使うとき、1枚も使わないときに分けて考える

<10枚使うとき>

500円硬貨	1					0
100円硬貨	4	3	2	1	0	6
50円硬貨	0	2	4	6	8	8

7通り

<5枚使うとき>

500円硬貨	1					0
100円硬貨	4	3	2	1	6	
50円硬貨	1	3	5	7	7	

5通り

$$7\text{通り} + 5\text{通り} + 7\text{通り} = 19\text{通り}$$

19 通り

⑤ 1円玉、5円玉、10円玉、50円玉、100円玉の5種類の硬貨のうち、何枚かを使ってできる金額について調べます。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 1円玉6枚、5円玉2枚、50円玉3枚、100円玉2枚を使って作ることができる金額は何通りありますか。

1円 5円 100円

0円 ~ 16円
の 17通り

5円 100円

0円, 50円, 100円, 150円
200円, 250円, 300円, 350円 } 8通り

$$17\text{通り} \times 8\text{通り} - 1\text{通り} = 135\text{通り}$$

135 通り

□(2) 1円玉4枚、5円玉3枚、10円玉3枚、50円玉2枚を使って作ることができる金額は何通りありますか。

0円 ~ 49円
の 50通り

0円, 50円, 100円
の 3通り

$$50\text{通り} \times 3\text{通り} - 1\text{通り} = 149\text{通り}$$

149 通り

⑥ 図1のように、三角形ABCの頂点Aから4本の直線を引きました。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 図1の中に三角形は全部で何個ありますか。

$${}^6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15\text{個}$$

15 個

□(2) 図2のように、図1の三角形ABCに辺BCと平行な直線を3本引きました。この中に、三角形は全部で何個ありますか。

$$15 \times 4$$

$$= 15 \times 4$$

$$= 60\text{個}$$

60 個

図1

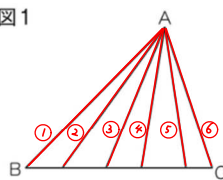
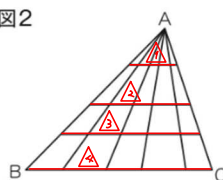
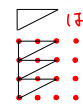


図2

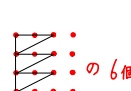


⑦ 右の図のように、16個の点が等しい間隔で並んでいます。16個の点から3個を選んで、いろいろな直角三角形を作ります。ただし、裏返したり、回転させたりしたものは、同じ直角三角形と考えます。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) ⑦と同じ直角三角形は、⑦をふくめて何個できますか。

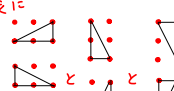


は



の6個

同様に



それぞれ6個

$$8 \times 6\text{個} = 48\text{個}$$

48 個

□(2) ④と同じ直角三角形は、④をふくめて何個できますか。



16個のうち
直角の頂点に
なることが
できる点を★
とすると



の8個と



内側の4つの★ではそれぞれ
2個作ることができる

$$8\text{個} + 2\text{個} \times 4 = 16\text{個}$$

16 個

□(3) 作ることのできる直角三角形は、⑦、④もふくめて何種類ありますか。



9 種類

⑧ 右の図の10個の点は円周を10等分する点です。この10個の点の中から3つの点を選んで結び、三角形を作ります。影をつけた図形は、点A、C、Fを選んだときの三角形です。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 3つの頂点を結んで三角形を作るとき、合同な三角形を1種類とすると、二等辺三角形は何種類できますか。

$$\begin{cases} (1, 1, 8) & (4, 4, 2) \\ (2, 2, 6) \\ (3, 3, 4) \end{cases}$$

4 種類

□(2) 3つの頂点を結んでできる三角形のうち、二等辺三角形は全部で何個ありますか。

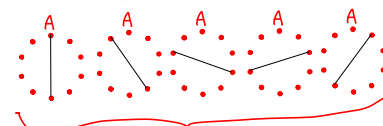
それぞれ10個あるので $4 \times 10 = 40\text{個}$

例えば (2, 2, 6) ならこの10個



40 個

□(3) 図の影をつけた三角形のように、1つの辺が円の直径となるように3点を選んで三角形を作ると、その三角形は直角三角形となります。3つの頂点を結んでできる三角形のうち、直角三角形は全部で何個ありますか。



直径の選び方はこの5通り



それぞれに対して
直角となる頂点の選び方は
この8通り

$$5\text{通り} \times 8\text{通り} = 40\text{通り}$$

40 個